Veien til Mars

Andøya Space

.no esero

Kort om aktiviteten

Når man skal reise til Mars, bemannet eller ubemannet, krever det mye planlegging. En av de viktige tingene man må tenke på er selvfølgelig hvordan man skal komme seg dit. Hvilke baner bør man velge? Og ikke minst når er det mest hensiktsmessig å dra?

Denne ressursen tar for seg beregning av utskytingsvinduet mellom jorda og Mars og baner og baneberegninger.

Denne ressursen er en del av en serie av ressurser rettet mot «Andøya Mission Control – oppdrag: Mars» og «Reisen til Mars» i Spaceship Aurora. Dette ressursheftet består av lærerveiledning til de fire aktivitetene/oppgavene og elevark med aktiviteter. Dersom dette gjøres som forberedelse til Andøya Mission Control bør elevene ha vært igjennom aktivitet 3 og 4 da disse tar for seg beregninger elever blir bedt om å gjøre i oppdraget. Aktivitet 3 bygger på aktivitet 2, men man kan velge å heller oppgi de opplysningene elevene trenger for å gjøre utregninger – dette står forklart i lærerveiledningen til aktivitet 3. Aktivitet 4 kan kanskje virke litt skummel for elever i lavere trinn da den inneholder både potenser og kvadratrøtter, men det ligger ved en instruksjonsmanual på hvordan elevene kan løse dette.

Læringsmål

I denne aktiviteten vil elevene

- bli bedre kjent med hva som kjennetegner en ellipse og planetbanene til jorda og Mars.
- bli bedre kjent med hva et utskytingsvindu er
- bli kjent med Keplers lover
- få bedre innsikt i noen av de forberedelsene som må gjøres før et oppdrag i rommet

Innhold

Kort om aktiviteten 1
Læringsmål 1
Lærerveiledning 3
Utskytingsvindu 3
Ellipsebaner 4
Hohmann baner 6
Forarbeid 7
Lærerveiledning - aktivitet 1: Planetbaner 7
Lærerveiledning - aktivitet 2: Beregning av banen til Mars 9
Lærerveiledning - aktivitet 3: Beregning av utskytingsvindu 13
Lærerveiledning - aktivitet 4: Banemanøvrer 14
Etterarbeid 17
Ordliste 18
Kilder 18
Vedlegg 1: Heliosentriske lengdegrader jorda og Mars 19
Aktivitet 1: Planetbaner 1
Aktivitet 2: Beregning av banen til Mars 3
Aktivitet 3: Beregning av utskytingsvindu 5
Aktivitet 4: Banemanøvrer 6

Lærerveiledning

Mange forskningsoppdrag og forskningsprosjekter i romfart og astronomi har gjerne planleggingstid på mange år før selve sonden, roveren, satellitten eller teleskopet sendes opp. Dette gjelder selvsagt også når det skal sendes rovere til Mars.

I 2020 var det planlagt at flere rovere skulle sendes til Mars. To av dem var Mars2020 (NASA) og ExoMars2020 (ESA). Mars 2020 ble sendt av gårde som planlagt, mens ExoMars ble forsinket og må derfor utsettes til 2022. Grunnen til at de nå må vente så lenge får dere forklart i denne ressursen. Disse to fartøyene er ikke de første i rekken på den røde planeten. Mars er tidligere godt besøkt av flere rovere, og første besøk til Mars startet allerede på 1960-tallet.

Men hvorfor er tidspunktene så viktig? Hvorfor må ExoMars vente til 2022? Hva er det som gjør dette tidspunktet så gunstig? Og hvor lang tid og hvilken vei skal man velge for å komme til Mars? Dette er problemstillinger som blir tatt opp i dette aktivitetsheftet.

Utskytingsvindu

Når man skal sende opp raketter uansett størrelse, er det ikke likegyldig når dette gjøres. Før alle rakettoppskytinger, beregnes det noe vi kaller for et oppskytingsvindu. Altså innenfor hvilket eller hvilke tidsrom raketten kan bli skutt opp.

Fra Andøya Space sendes det opp flere forskningsraketter hvert år, det har vært gjort siden den første i 1962. Siden dette er forskningsraketter handler dette vinduet om når raketten må gå for at forskerne skal kunne gjøre de rette målingene, dvs. at det må være spesielle tider på året og/eller spesielle tider i løpet av døgnet, avhengig av hva de forsker på. Du planlegger f.eks ikke en tur ut for å observere Linerle i november, siden Linerle er en trekkfugl. Du planlegger heller ikke å ta juleshoppingen på kjøpesenteret utenfor åpningstiden. Det ville i

så fall være bortkastet tid. Så kan det selvfølgelig hende at du ikke får dratt akkurat kl 10.00 som du først tenkte siden bussen var forsinket, eller du måtte ut å måke snø eller oppdaget at du ikke hadde nok penger enda. Oppskyting av raketten blir selvsagt også påvirket av andre ting, som f.eks. værforhold og at land-, hav eller luftrom ikke er trygt ved et gitt tidspunkt – eller at de vitenskapelige forholdene endrer seg.

Når man skal til Mars har man også et oppskytingsvindu. Dette vinduet blir beregnet for når det er mest lønnsomt (eller minst energikrevende) og sende et romskip til Mars. Jordas middelavstand til sola er 149 600 000 km (1 AU). For Mars er middelavstanden til sola på 227 900 000 km. Siden begge planetene går i bane rundt sola, vil de to planetene av og til være på hver sin side av sola og andre ganger samme side, derfor vil avstanden mellom de to planetene variere kraftig. Faktisk kan avstanden mellom jorda og Mars variere alt fra omtrent 50 millioner til 400 millioner km. En avstand på 50 millioner km kunne dagens romskip klare å reise på omtrent 40 dager, mens 400 millioner km ville ta 290 dager.

Nå er det ikke så enkelt å bare velge en av disse to turene, da begge planetene er i bevegelse rundt sola, og vi heller ikke ønsker å reise en tur som tar oss gjennom sola. Siden Mars går utenfor jorda, vil banen være større så planeten har lengre vei å gå, og den vil også ha en lavere banehastighet. Med andre ord vil ikke avstanden mellom plantene være den samme når vi drar fra jorda, som når vi ankommer Mars. Så du kan sammenligne det litt som å skyte på en blink i bevegelse. Det er viktig at raketten treffer Mars der den er etter turen, ikke hvor den var da vi dro fra Jorda.

I tillegg skal man tenke på at det bør være effektivt og energisparende. Noen baner, og dette kommer vi tilbake til, bruker mindre drivstoff enn andre - og det er selvsagt det vi er ute etter. Når tiden kommer da vi skal sende astronauter til Mars er det selvsagt også viktig for oss at vi ikke bruker for lang tid, da vi ikke vil utsette astronauter for stråling og andre farer over lengre tid enn nødvendig.

Ellipsebaner

Vår oppfatning av hvordan verden henger sammen har endret seg mye opp gjennom historien. Lenge hadde vi et geosentrisk verdensbilde der jorda var i sentrum og stjerner og planeter gikk i perfekte baner rundt oss. Dette verdensbildet medførte en del kompliserte tilleggsteorier for å forklare planetenes bevegelse over himmelen. Selv om en mann ved navn Aristark allerede noen hundre år f.v.t framla en teori om at sola var i sentrum, er det Kopernikus som på 1500-tallet har fått æren av å fremlegge det heliosentriske verdensbildet med sola som sentrum. Det er viktig å merke seg at også denne teorien hadde mangler.

På 1600-tallet kom Johannes Kepler fram til det vi kaller «Keplers lover» der han beskriver planetenes baner rundt sola. Selv om Keplers lover ikke gir noen forklaring på hvorfor det er slik (da må vi en tur innom Newtons gravitasjonslov), gir disse lovene den dag i dag fremdeles en god beskrivelse av planetbevegelsene.

Keplers første lov sier at planetene beveger seg i ellipser. Fram til da hadde man en forestilling om at planetene beveget seg i sirkler.

I en sirkelbane er det like langt fra sentrum til et hvert sted på sirkelperiferien. Denne avstanden er definert som radius, r.

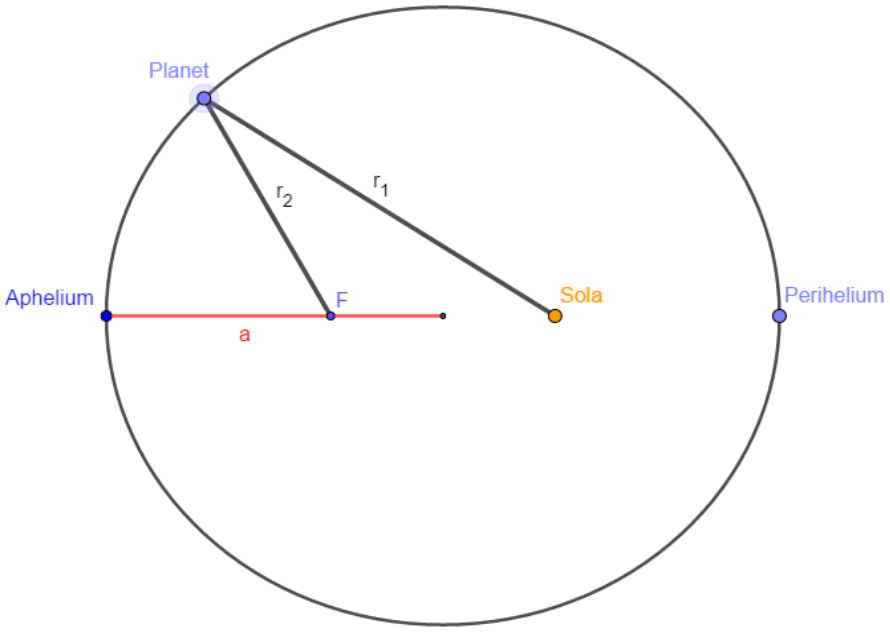
En ellipse kan se ut som en slags mer eller mindre flattrykt sirkel og man har to punkter som kalles brennpunkter eller fokuspunkter. For planeter som går i bane rundt sola, vil sola være i et av fokuspunktene. Summen av avstandene fra planeten og inn til hvert av fokuspunktene vil være konstant. Og matematisk kan vi skrive det slik:

$$\boxed{\boldsymbol{r_1 + r_2 = konstant.}}$$

Så selv om de to radiene (r_1 og r_2) vil variere etter hvor planeten er i sin bane vil summen av dem alltid være den samme, se figur 1.

Vi kan også beskrive det som at lengden på veien fra det ene fokuspunktet til det andre fokuspunktet via planeten vil være konstant.

Det punktet i ellipsebanen der planeten er nærmest sola, kalles Perihelium, og punktet i banen der planeten er lengst unna sola kalles Aphelium (figur 1).



Figur 1: Viser de ulike navnene i en ellipsebane. Aphelium er punktet som er lengst unna i ellipsebanen, mens Perihelium er punktet der planeten er nærmest sola sin bane. a = store halve akse, b = lille halve akse.

I figuren er det også tegnet inn store halve akse, *a*, fra «sentrum» av ellipsen og ut til Aphelium. Lengden fra Aphelium til Perihelium er da altså *2a*.

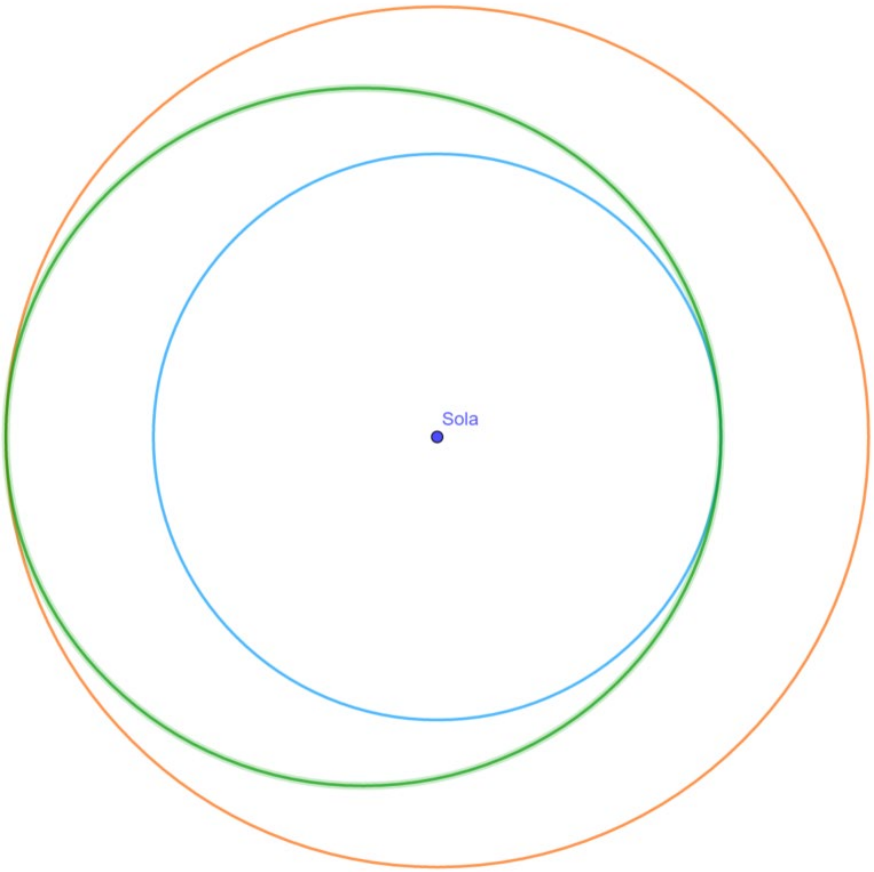
Hohmann baner

Noen ganger må vi endre en satellitt fra en bane til en annen, eller vi skal reise til andre planeter lengre unna, da bruker man ulike typer baner som man har regnet ut er mindre energikrevende enn andre. En av banene det er vanlig å bruke kalles en «Hohmann transfer bane».

Figur 2 viser en Hohmann transfer bane (grønn) fra en indre sirkulær bane (blå) til en høyere sirkulær bane (orange). Sammenligner vi denne banen med ellipsebanen i figur 1, ser vi at Perihelium i Hohmannbanen er ved den innerste banen og Aphelium er i den ytterste banen.

Denne måten å endre bane på er den minst energikrevende fordi den krever minst endring i hastighet – dermed også minst mulig drivstoff. Det finnes alternativer som er raskere, men det krever at man må ha større endring i hastigheten og dermed også bruke mer drivstoff.

Denne videoen forklarer litt mer om hvordan en Hohmann transfer bane fungerer (engelsk): https://www.youtube.com/watch?v=aKXNbf6NCKU



Figur 2 Her ser vi en elliptiske Hohmannbanen (grønn), som brukes for å gå fra en sirkulær bane til en annen

Forarbeid

Elevene kan gjerne på forhånd ha sett på og diskutert hvordan de tror det er mest hensiktsmessig å reise til Mars.

Se gjerne videoen «How do you get to Mars?»: https://youtu.be/gYJsMBabjVY

Denne videoen er del av serien «Mars in a minute» og du kan se oversikten over alle videoene her:
https://www.jpl.nasa.gov/edu/learn/tag/search/Mars+in+a+Minute

Alle de fire aktivitetene har egne elevark.

Lærerveiledning - aktivitet 1: Planetbaner

Denne aktiviteten er ment som en forberedende aktivitet for å øke elevenes forståelse av hvordan banene til jorda og Mars rundt sola er i forhold til hverandre. Det er også tenkt at elevene skal få en viss forståelse av hva en ellipsebane er. I tillegg gir det elevene også litt innsikt i de store avstandene i solsystemet vårt.

Denne øvelsen er best å gjøre et sted der man har stor plass, f.eks. en gymsal eller ute, siden det er tenkt at elevene skal simulere banene til de to planetene rundt sola, skalert i en målestokk på 1 : 10 000 000 000 (eller større eller mindre avhengig av hvor stor plass dere har til rådighet). Om man har stor nok plass og nok utstyr, kan øvelsen gjøres i grupper på 3-4 personer, ellers fungerer det fint som en demonstrasjon i full klasse.

Utstyr

- tau
- markeringstape eller kritt (til å markere på gulvet/bakken)
- Kalkulator til utregninger av avstander
- Målebånd e.l.

Man bør på forhånd snakke med elevene om avstander mellom jorda, mars og sola. Her kan man velge å oppgi avstandene, eller at elevene selv må lete opp dette.

Gi deretter elevene målestokken for modellen og la elevene regne ut hvor store avstandene da blir. Tabell 1A viser avstanden dersom alt er forminsket 10 milliard ganger, men det kan selvsagt endres (Middelavstandene er i denne tabellen rundet av for å gjøre målingene enklere).

Tabell 1A			
Planet	Virkelig middelavstand til sola		Middelavstand i målestokk 1 : 10 000 000 000
	Km	AU	Meter
Jorda	150 000 000	1	15
Mars	228 000 000	1,52	22,8

A. Marker med tape eller kritt hvor sola skal være og la elevene måle opp avstanden til jorda og deretter til Mars. To elever kan nå være hver sin planet, mens en tredje elev er sola. La elevene simulere hvordan planetene går i bane rund sola. Minn elevene på at jorda bruker 365 dager, mens Mars bruker 687 dager på en runde – nesten dobbelt så lang tid. (NB! Pass på at planetene alltid holder riktig avstand til sola)

B. La eleven som er Mars og eleven som er jorda stille seg i sin bane på samme side av sola. Elevene skal nå måle opp avstanden mellom planetene og skrive ned i tabell 1B. En fjerde elev kan nå være romskip som skal bevege seg fra jorda mot Mars, dette mens både jorda og Mars går i sine baner rundt sola, for å vise at vi ikke kan sikte på Mars der den er når vi skyter opp raketten fra jorda.

C. La så eleven som er Mars stille seg opp på motsatt side av sola enn jorda. La elevene igjen måle opp avstanden mellom planetene og skrive inn i tabell 1B. Disse to avstandene i tabellen kan dere sammenligne når dere er tilbake i klasserommet.

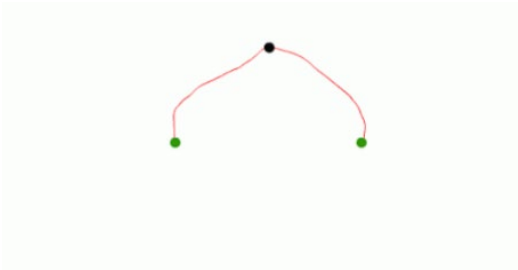
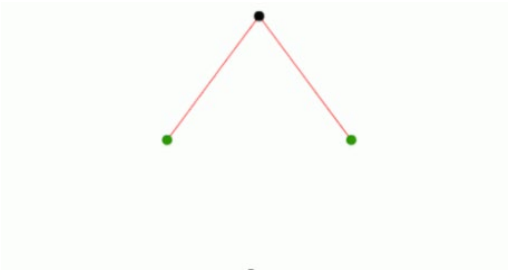
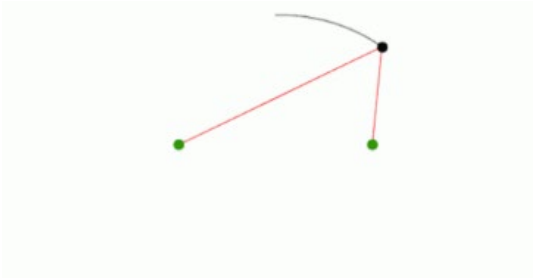
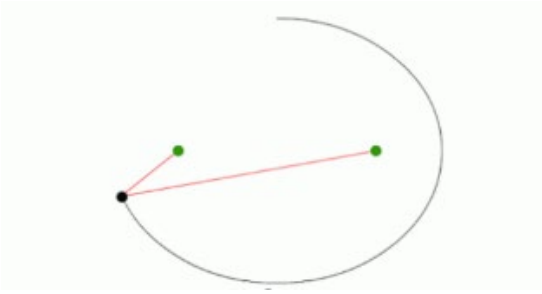
D. Bruk et tau på 10 – 25 m (avhengig av plassen dere har og målestokken dere bruker).

   La en av elevene stå i ett av punktene og la eleven holde i den ene enden av tauet. En annen elev holder i andre enden og beveger seg til tauet er stramt. Eleven skal nå bevege seg rundt den som står på oppmerket plass. Spør klassen/gruppen hva slags bane eleven beveger seg i (elevene skal kunne gjenkjenne at dette er en sirkel).

E. Sett to merker med passe stor avstand på gulvet, dette er fokuspunktene (eller brennpunktene) i en ellipse. To elever bes nå stille seg i hvert sitt punkt mens de holder i hver sin ende av tauet. En tredje elev tar tak et sted midt på tauet og går utover til tauet er stramt. Denne eleven skal nå bevege seg rundt de to elevene (pass bare på at det går sakte så elevene i fokuspunktene ikke blir revet ned av tauet). Dersom eleven som beveger seg hele tiden passer på at tauet er stramt vil eleven bevege seg i ellipsebane.

   Denne siste oppgaven kan alternativt gjøres med hyssing, to stifter, ark og blyant. Elevene (alene eller to og to) fester da hyssingen i to stifter som plasseres i fokuspunktene, hekter blyanten i hyssingen og bruker dette til å tegne en ellipse, se tabell 1.

Tabell 1: Tegning av ellipse ved hjelp av tråd, to stifter og en blyant

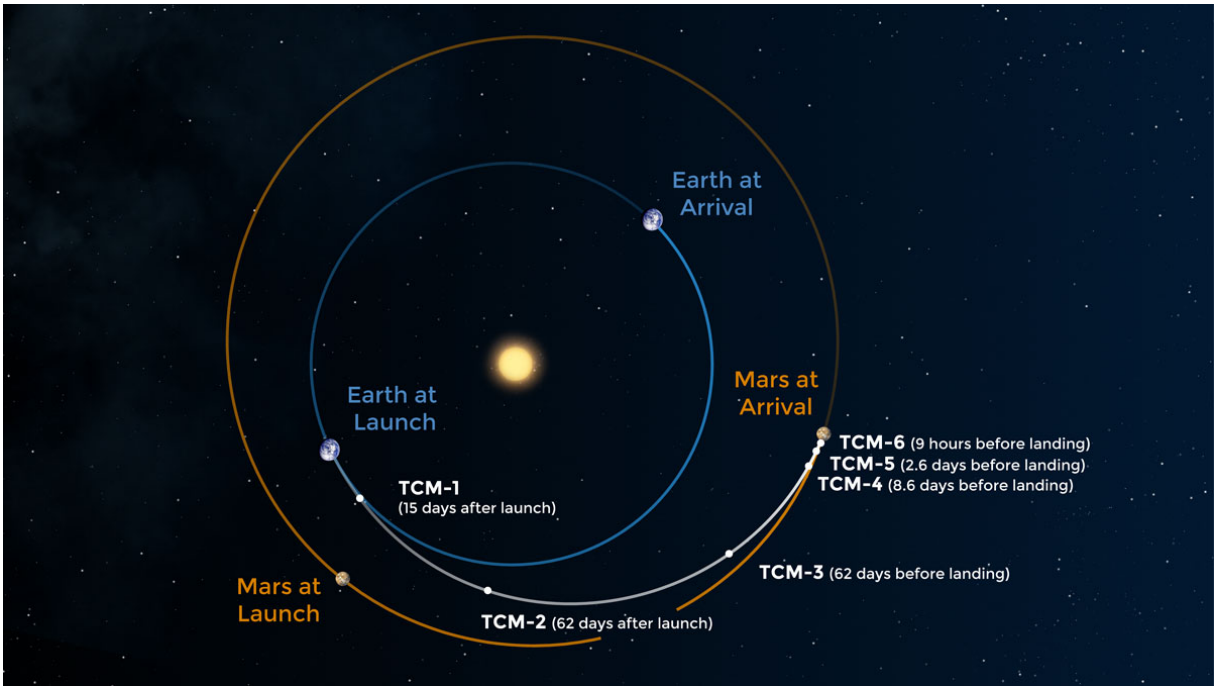
1. 	2. 
3. 	4. 

Læreveiledning - aktivitet 2: Beregning av banen til Mars

Før elevene beregner banen til Mars, kan det være lurt å ha gjort aktivitet 1, eller i alle fall ha sett på banen til både Jorda og Mars, slik at de har en forståelse av at Mars går i en bane rundt sola som er utenfor jorda og dermed også større enn jordas bane. De bør også være klar over at Mars bruker lengre tid i sin bane enn det jorda gjør.

Utstyr

- Geogebra e.l. (evt millimeterpapir)
- kalkulator



Figur 3: Illustrasjon av banen som Mars2020/Perceverance har til planeten Mars. TCM står for «trajectory correction maneuvers»
Credit: Nasa

Forklar for elevene at vi ikke reiser i en rett linje, men i en ellipsebane rundt sola for å komme til Mars, se figur 3. Forklar også at vi vil bruke omtrent 7-9 måneder mellom jorda og Mars, og at vi dermed må huske at Mars vil ha flyttet seg ganske mye i sin bane på disse månedene. Beregningene våre må derfor sikre at romskipet og Mars vil være samtidig i sin bane ved ankomst.

Den mest energieffektive måten å gå fra en bane til en annen, kalles Hohmann transfer bane. Dette er en ellipsebane der perihelium (punktet i banen som er nærmest sola) er i banen til jorda, og aphelium (punktet i banen som er lengst unna sola) er i banen til Mars.

Det er også viktig å presisere for elevene at beregningene de gjør er en forenkling av baneberegningene og ikke en nøyaktig beskrivelse av de faktiske banene som romfartøyet bruker, figur 3 gir et mer nøyaktig bilde av veien til Mars enn det de selv vil tegne under aktivitetene (se figur 4)

1. Be elevene finne middelavstanden mellom sola og Mars. Deretter skal de omregne denne middelavstanden til astronomiske enheter (AU). Minn dem på at 1 AU er middelavstanden mellom jorda og sola (149 600 000 km). Eventuelt bruker de verdiene fra aktivitet 1, dersom elevene har gjort denne.

2. La elevene tegne banene til Jorda og Mars med f.eks en passer på et millimeterpapir eller i GeoGebra e.l. Be dem sette inn sola som et punkt i origo (0.0). Det kan også være lurt å bruke ulike farger for banene slik at det er lettere å skille fra hverandre.

3. Elevene skal nå regne store halve akse til transferbanen i AU. Storaksen i en ellipse er lengden fra Aphelium til Perihelium gjennom begge fokuspunktene – altså blir det her middelavstanden Jorda-Sola (1 AU) + middelavstanden Mars-Sola (1,52 AU). Store halve aksen, ***a***, er derfor halvparten av dette.

$$a = \frac{1\ AU + 1{,}52\ AU}{2} = 1{,}26\ AU$$

4. La elevene nå tegne Hohmannbanen i samme figur som planetbanene. Angi gjerne også denne banen med annen farge. I GeoGebra vil elevene bli bedt om å angi tre punkter når de skal tegne en ellipse: de to brennpunktene/fokuspunktene og et sted på ellipsen, men elevene har foreløpig kun ett fokuspunkt (sola i origo). Man kan løse dette ved å sette sola som et brennpunkt, mens det andre brennpunktet settes som et tilfeldig punkt, F. Det tredje punktet, punktet på ellipsebanen, settes langs jordbanen.
   Deretter må elevene forskyve det tomme brennpunktet (som er tilfeldig plassert) til ellipsen også treffer Marsbanen. I utgangspunktet har det ingen ting å si hvor på Jord- og Marsbanen ellipsen vil treffe, men for å gjøre det enklere å sammenligne resultatene kan det være hensiktsmessig å bruke punkter langs x-aksen. Da vil f.eks punktene være Sola = (0,0), F = (-0.52, 0), Jorda = (1, 0), Mars = (-1.52, 0)

5. – 7.
   Siden det ene fokuspunktet (Sola) er i origo, vil det andre fokuspunktet være i (-0.52 , 0) *(avstanden fra Perihelium til sola skal være lik som avstanden fra Aphelium til det andre fokuspunktet).* Jorda ved oppskyting vil være i punktet (1 , 0) og Mars ved ankomst vil være i punktet (-1.52 , 0). Figur 4 viser et eksempel på hvordan det kan se ut i GeoGebra når alle baner og punkter er satt inn.

8. Utregning av perioden til Hohmannbanen.

For å gjøre dette brukes Keplers tredje lov.

$$P^2 = ka^3$$

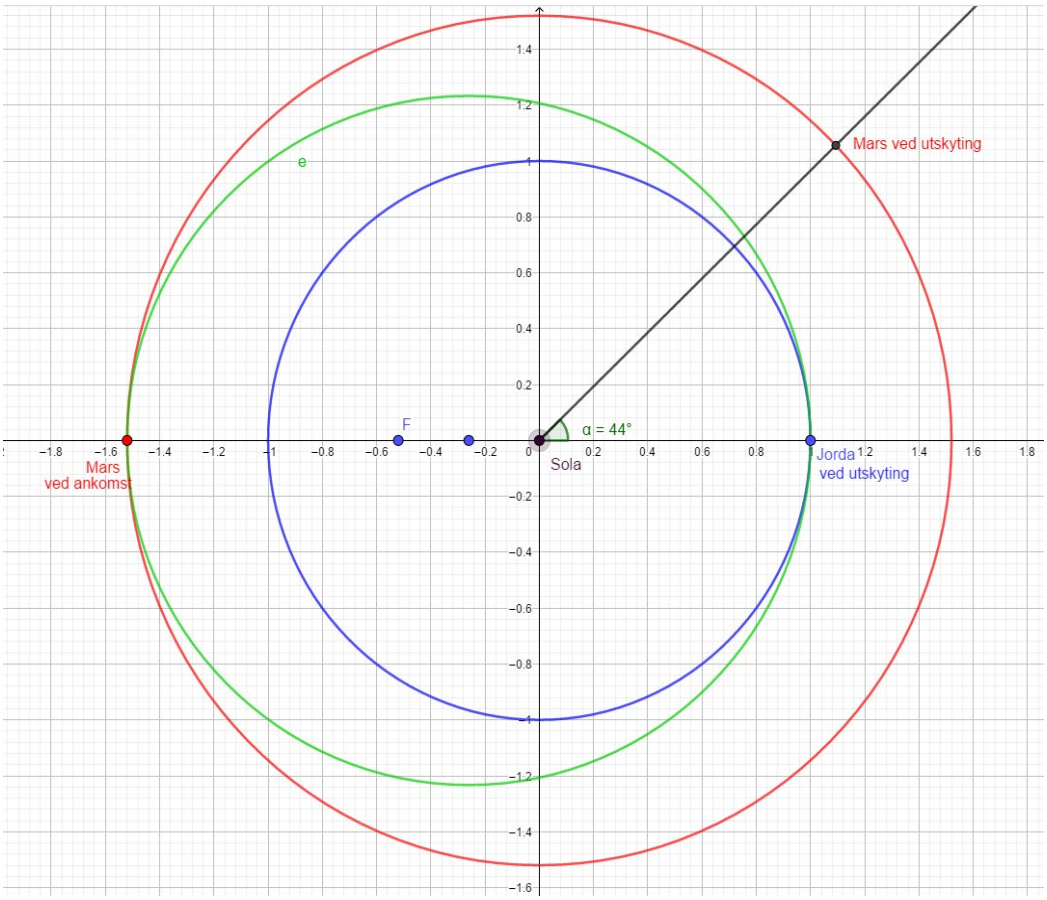
Der P = perioden, a = store halve akse og k = proporsjonalitetskonstanten. Dersom vi tar utgangspunkt i jorda og sola, med P = 1 (år) og a = 1 (AU) får vi at k = 1.

$$P^2 = k \cdot a^3$$
$$1^2 = k \cdot 1^3$$

Vi overfører dette nå til Hohmannbanen vår, med a = 1.26 AU

$$P^2 = 1.26^3$$
$$\Rightarrow P = \sqrt{1.26^3} \approx 1.41\ år = 517\ dager$$

Siden reisen til Mars innebærer halve banen, vil dette ta omtrent 259 dager.



Figur 4: Forhold mellom posisjonene til Mars og Jorda ved oppskyting og ankomst på Mars

Lærerveiledning - aktivitet 3: Beregning av utskytingsvindu

Basert på banen som ble beregnet i aktivitet 2, skal elevene her beregne når neste oppskytingsvindu er. Man kan også velge å hoppe over aktivitet 2, dersom man ser at det ikke passer for nivået til elevene, og oppgi det de trenger for å gjøre følgende utregning. Verdiene de trenger for kunne gjøre disse oppgavene, er perioden til Mars (altså hvor lang tid mars bruker i sin bane rundt sola) og antall dager romskipet bruker fra jorda til Mars. Dersom man hopper over aktivitet 2 bør man vise oversikt over banene til jorda og Mars til elevene.

Snakk gjerne litt på forhånd med elevene om hva et utskytingsvindu er og når de selv tror det er lurest å ha oppskyting. Kanskje kan elevene først tegne inn et forslag på hvordan de tror Mars og jorda bør stå i forhold til hverandre før de går i gang med resten av oppgaven?

Utstyr

- Regnesaker
- Heliosentriske lengdegrader for jorda og Mars (vedlegg 1)

1. Mars bruker 687 dager på en runde rundt sola (360 grader). Vi kan derfor regne ut hvor mange grader Mars flytter seg per dag.

$$\frac{360\ grader}{687\ dager} = 0{,}524\ grader/dag$$

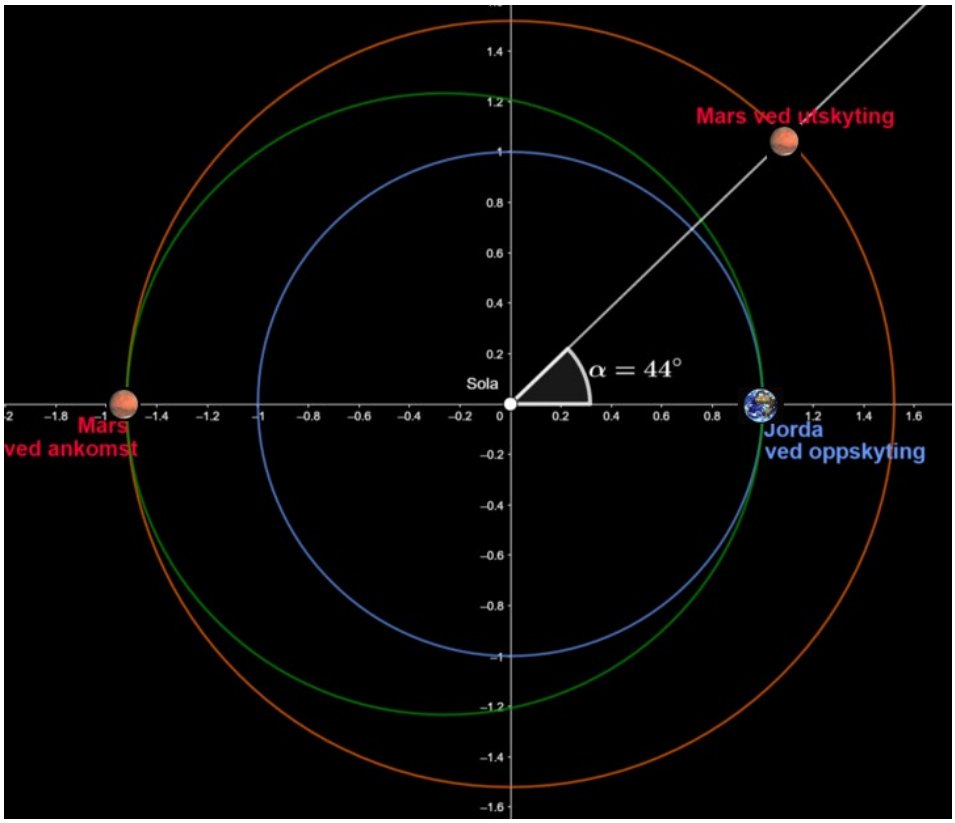
Vi kan nå regne ut hvor mange grader Mars vil flytte seg under de 259 dagene som ferden vår til Mars vil ta

$$259\ dager \cdot 0{,}524 \frac{grader}{dager} = 135{,}716\ grader \approx 136\ grader$$

Romfartøyet har tilbakelagt 180 grader i Hohmannbanen i løpet av de samme 259 dagene, og Mars bør nå være i samme posisjon dersom vi skal klare å lande der. For å beregne hvor Mars må være i forhold til Jorda under oppskyting kan vi gi dette i en vinkel ved å trekke fra Mars sin ferd fra 180 grader.

$$180\ grader - 136\ grader = 44\ grader$$

Dette betyr at Mars bør være foran Jorda i sin bane ved oppskyting, omtrent 44 grader foran. Se figur 5



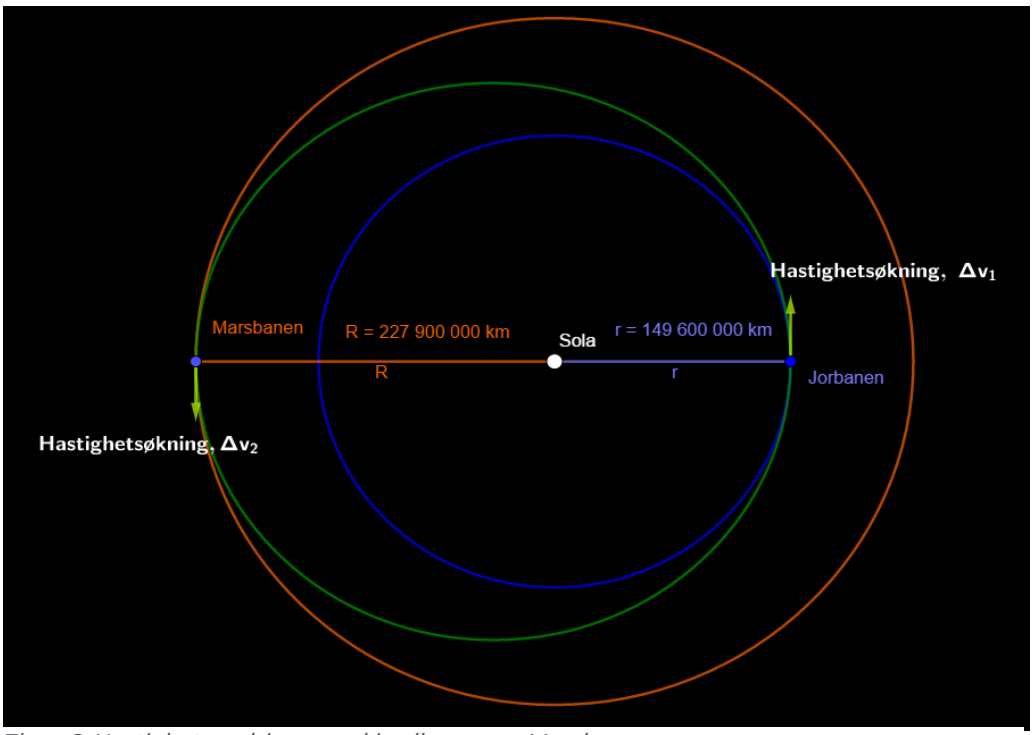
Figur 5: Illustrert en forenklet versjon av banen fra Jorda til Mars og forholdet mellom posisjonene til Mars og Jorda ved oppskyting.

2. Elevene kan nå bruke de heliosentriske lengdegradene, fra tabellen i vedlegg 1, for å finne neste mulige oppskytingsvindu til Mars. Her trenger elevene heliosentriske lengdegradene for Mars og Jorda og finner forskjellen ved å ta Mars-jorda, negative verdier vil vise til at jorda er foran Mars i sin bane (kolonne: *Relation (Mars-Earth)*). Elevene vil ikke ut fra de heliosentriske dataene finne et nøyaktig tidspunkt der Mars er det bestemte antall grader foran Jorda, så her må elevene finne et tidsrom som inkluderer vinkelen de har funnet ut.

Lærerveiledning - aktivitet 4: Banemanøvrer

Under reisen, vil ikke motorene til romskipet brenne hele tiden, men det er i stedet lagt inn flere banemanøvrer der motoren brenner for å endre retning eller hastighet for å komme over i en annen bane. Figur 3 illustrerer hvordan disse manøvrene er for roveren Perceverance på vei til Mars i 2020/2021. I denne aktiviteten forenkles dette litt slik at vi bare skal se på to manøvrer, se figur 6. De to manøvrene vi skal konsentrere oss om her er en fartsendring fra banen til jorda over i ellipsebanen som skal bringe romskipet til Mars (Δv_1) og en ny fartsendring når romskipet ankommer banen til Mars (Δv_2). Kort fortalt handler det om at vi kan tenke oss at romskipet i starten holder sammen hastighet som

jorden i sin bane rundt sola. For å få romskipet over i en ellipse som skal ta den helt til Mars må vi øke hastigheten litt. Når vi ankommer Mars må vi øke hastigheten igjen slik at vi tilpasser oss banen til Mars rundt sola. Den siste endringen høres kanskje litt rar ut siden vi vet at hastigheten til Mars er mindre enn jorda sin, men det kommer av at i en ellipse så vil hastigheten avta når den kommer lenger unna, altså har romskipet lavere hastighet når den ankommer Marsbanen enn den hadde ved jordbanen. Dersom den ikke øker hastigheten litt igjen, vil romskipet følge ellipsebanen tilbake til jorda.



Figur 6: Hastighetsendringer ved jordbanen og Marsbanen

Hastighetsendringen ved jordbanen kan skrives som:

$$\Delta v_1 = 29.78\ km/s \cdot \sqrt{\frac{2R}{R+r}} - 29.78\ km/s$$

der
R = radius til marsbanen

r = radius til jordbanen

29.78 km/s er hastigheten til jorda i sin bane.

Her kan man evt. velge å oppgi hastigheten til jorda som formel (f.eks. for fysikkelever i videregående skole). Da vil formelen se slik ut:

$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \cdot \sqrt{\frac{2R}{R+r}} - \sqrt{\frac{GM_S}{r}}$ eller $\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \cdot \left(\sqrt{\frac{2R}{R+r}} - 1\right)$

der G = er gravitasjonskonstanten og M_s = massen til sola.

For hastighetsendringen ved marsbanen har vi at:

$$\Delta v_2 = 24{,}13\ km/s - \left(24{,}13\ km/s \cdot \sqrt{\frac{2r}{R+r}}\right)$$

R og r står for det sammen som før. Hastigheten 24,13 km/s er hastigheten til Mars i sin bane. Akkurat som ved forrige hastighetsendring kan vi også her velge å bytte ut 24,13 km/s med en formel

$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{GM_S}{R}} - \left(\sqrt{\frac{GM_S}{R}} \cdot \sqrt{\frac{2r}{R+r}}\right)$ eller $\Delta v_2 = \sqrt{\frac{GM_S}{R}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2r}{R+r}}\right)$

I elevarkene vil elevene bli loset gjennom regningen skritt for skritt, men dersom elevene ikke trenger dette kan de jo få formelen å regne ut direkte.

Regningen i aktivitet 4 vil elevene møte igjen under oppdraget Andøya Mission Control oppdrag Mars.

Med en nøyaktighet på 2 desimaler vil løsningen være:

$$\Delta v_1 = 2{,}94\ km/s$$

$$\Delta v_2 = 2{,}65\ km/s$$

Bakgrunnen for at formlene for hastighetsendringene ser ut som de gjør er ikke tatt med her. For å utlede disse tar man utgangspunktet i bevaring av spinn og bevaring av energi.

Dette blir nok litt for omfattende for de fleste elever, og er heller ikke nødvendig for å kunne gjennomføre oppdraget i Andøya Mission Control.

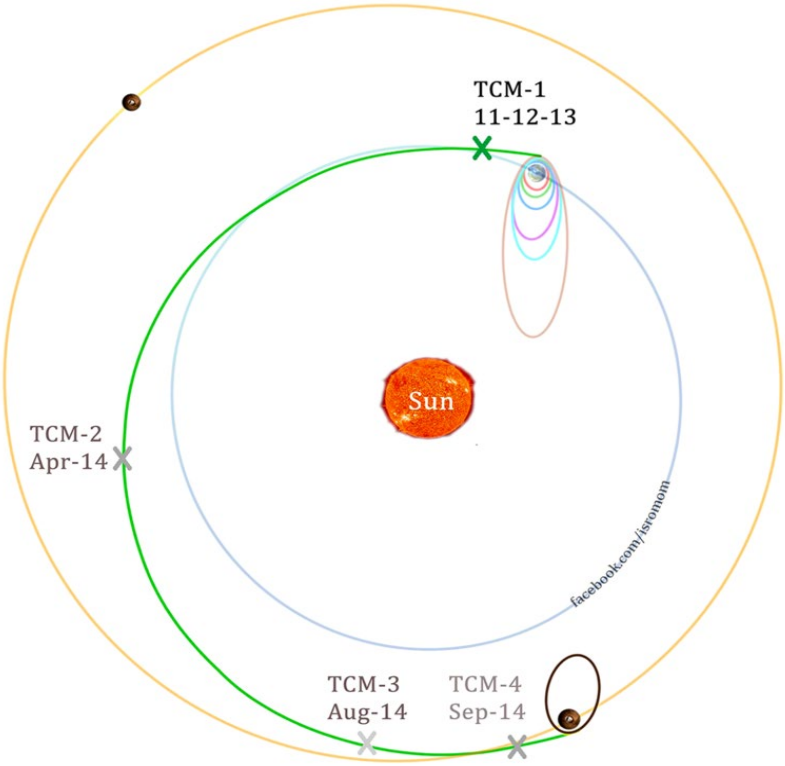
Etterarbeid

Baneberegningene i aktivitetene er selvsagt en forenkling av sannheten.

En av forenklingene er at romfartøyet går direkte inn i transferbanen til Mars etter oppskyting, i virkeligheten vil et romfartøy først gå inn i baner rundt jorda, før det går over i en transfer bane. Når det ankommer Mars vil det ikke gå rett inn for landing, det ville være for risikabelt, så det vil igjen gå inn i ulike baner rundt Mars før det lander på planeten (se figur 7)

En annen forenkling er at planetene går i sirkelbaner, mens de i virkeligheten går i svakt elliptiske baner.

Det kan være lurt å gjennomgå med elevene hva som er gjort av forenklinger. Spør gjerne først om de har noen forslag til dette selv. Lykke til.



Figur 7: Viser banen til Mars Orbiter Mission fra Desember 2013 til September 2014.

Credit: ISRO

Ordliste

Heliosentriske lengdegrader: En planets heliosentriske lengdegrad forteller noe om hvor planeten er i sin bane rundt sola (heliosentrisk betyr at man tar utgangspunkt i sola – sola i sentrum). De heliosentriske lengdegradene er vinkelen mellom planeten og det vi kaller for vårjevndøgnspunktet, i ekliptikkplanet, målt i retning mot klokka og sett fra sola.

Vårjevndøgnspunktet: Skjæringspunktet mellom ekliptikkplanet og himmelekvator. Himmelekvator er sammenfallende med jordas ekvator. Se altså for deg en storsirkel ut over ekvator.

Ekliptikken: En imaginær bane som sola har over himmelen – kommer av baneplanet til jorda rundt sola.

Kilder

- https://www.esero.no/ressurser/grunnskolen/#amc
- https://www.jpl.nasa.gov/edu/teach/activity/lets-go-to-mars-calculating-launch-windows/
- Space.com: https://www.space.com/24701-how-long-does-it-take-to-get-to-mars.html

Vedlegg 1: Heliosentriske lengdegrader jorda og Mars

2019 (all values in degree)					**2020**		
Universal time	**Earth**	**Mars**	*Mars deg/month*	**Relation (Mars - Earth)**	**Earth**	**Mars**	**Relation (Mars-Earth)**
Jan 1.	100	42		**-58**	100	214	**114**
Feb 1.	132	59	*17*	**-73**	132	229	**97**
Mar 1.	160	74	*15*	**-86**	161	244	**83**
Apr 1.	191	89	*15*	**-102**	192	261	**69**
May 1:	220	104	*15*	**-116**	221	278	**57**
June 1.	250	118	*14*	**-132**	251	297	**46**
July 1.	279	132	*14*	**-147**	280	315	**35**
Aug 1.	308	146	*14*	**-162**	309	335	**26**
Sept 1.	338	159	*13*	**-179**	339	354	**15**
Oct 1.	7	172	*13*	**165**	8	13	**5**
Nov 1.	38	186	*14*	**148**	39	32	**-7**
Dec 1.	68	200	*14*	**132**	69	49	**-20**
Jan 1.	100	214	*14*	**114**	101	66	**-35**

2021					**2022**		
Universal time	**Earth**	**Mars**	*Mars deg/month*	**Relation (Mars - Earth)**	**Earth**	**Mars**	**Relation (Mars - Earth)**
Jan 1.	101	66		-35	100	236	136
Feb 1.	132	82	16	-50	132	252	120
Mar 1.	161	96	14	-65	160	268	108
Apr 1.	191	111	15	-80	191	286	95
May 1:	221	124	13	-97	221	304	83
June 1.	251	138	14	-113	250	323	73
July 1.	279	151	13	-128	279	343	64
Aug 1.	309	165	14	-144	309	2	-307
Sept 1.	339	178	13	-161	339	21	-318
Oct 1.	8	192	14	184	8	39	31
Nov 1.	39	206	14	167	39	56	17
Dec 1.	69	220	14	151	69	72	3
Jan 1.	100	236	-6	136	100	88	-12

2023					2024		
Universal time	**Earth**	**Mars**	*Mars deg/month*	**Relation (Mars - Earth)**	**Earth**	**Mars**	**Relation (Mars - Earth)**
Jan 1.	100	88		-12	100	259	159
Feb 1.	132	103	15	-29	132	276	144
Mar 1.	160	116	13	-44	161	294	133
Apr 1.	191	130	14	-61	192	313	121
May 1:	220	143	13	-77	221	332	111
June 1.	250	157	14	-93	251	351	100
July 1.	279	170	13	-109	280	10	-270
Aug 1.	309	184	14	-125	309	29	-280
Sept 1.	338	198	14	-140	339	47	-292
Oct 1.	8	212	14	204	8	63	55
Nov 1.	38	227	15	189	39	80	41
Dec 1.	68	242	15	174	69	94	25
Jan 1.	100	259		159	101	109	8

Aktivitet 1: Planetbaner

I denne aktiviteten skal du se nærmere på banene til Mars og jorda og hvordan de beveger seg i forhold til hverandre. Du skal også simulere en ellipsebane.

For enkelhets skyld skal vi fra nå av anta at planetene bevege seg i sirkelbaner rundt sola. Først må dere fylle inn det som mangler i tabell 1A. Når dere har funnet ut hva som er middelavstand til Mars i km, må dere omregne dette til astronomiske enheter – husk at $1\ \mathrm{AU} \approx 150\ 000\ 000\ \mathrm{km}$.

Regn deretter ut hva avstanden vil være i simuleringen deres ut fra hvilken målestokk dere skal bruke (oppgi svaret i meter).

Tabell 1A			
Planet	Virkelig middelavstand til sola		Middelavstand i målestokk 1 :
	Km	AU	Meter
Jorda	150 000 000	1	
Mars			

A. I samarbeid med læreren deres vil dere markere sola på gulvet/bakken. Mål deretter opp avstanden til jorda og Mars fra sola. To av dere skal nå være hver sin planet og stille seg på oppgitte punkter, en tredje person kan være sola. De to som er planetene viser nå hvordan planetene beveger seg rundt sola. Hvor lang tid bruker jorda på en runde rundt sola? Hvor lang tid bruker Mars?
Kan dere bruke kritt eller lignende til å tegne banene til Mars og Jorda? Hvordan tegner dere enklest sirkelbaner?

B. I denne oppgaven er det viktig at Mars og jorda starter i banen sin på samme side av sola. Dere må nå måle opp korteste avstanden fra jorda til Mars. Fyll inn i tabell 1B. Hvis nå planetene fortsetter å bevege seg i banene sine, hvordan ville dere nå reist fra Jorda til Mars?

Tabell 1B		
Planet	Korteste avstand jorda - Mars	Lengste avstand jorda - Mars
I målestokk [m]		
I virkeligheten [km]		

C. Mars kan nå bevege seg til andre siden av sola slik planetene nå er på hver sin side av sola, men fremdeles står på linje. Mål opp avstanden mellom planetene nå og fyll inn i tabell 1B. Hvordan tenker dere at dere ville reist fra jorda til Mars i denne posisjonen?

D. Dere vil nå få et langt tau av læreren deres.
Sola vil nå holde i en enda av tauet, mens en av dere andre beveger seg rundt sola med tauet stramt. Hva slags bane får dere?

E. Dere har allerede ett merke for sola, med hjelp fra læreren, sett ett merke til på gulvet med litt avstand. Nå skal to av dere stille seg i disse punktene å holde i hver sin ende av tauet. En annen må nå ta tak i tauet midt på. Denne tredje personen skal nå bevege seg rundt de to andre mens han eller hun holder i tauet. Hold tauet løst slik at tauet kan bevege seg i hendene dine. Hva slags bane får dere nå?

Aktivitet 2: Beregning av banen til Mars

I denne oppgaven skal du beregne hvordan banen til Mars vil se ut, og hvor lang tid reisen tar.

Du trenger:

- Millimeterpapir eller Geogebra e.l.
- Kalkulator

Den mest energieffektive måten å gå fra en bane til en annen, kalles Hohmann transfer bane. Dette er en ellipsebane der perihelium (punktet i banen som er nærmest sola) er i banen til jorda, og aphelium (punktet i banen som er lengst unna sola) er i banen til Mars.

1. Finn først middelavstanden mellom sola og Mars. Omregne den deretter til astronomiske enheter (AU). Husk at 1 AU er middelavstanden mellom jorda og sola (149 600 000 km).

Tabell 2A		
Planet	**Middelavstand til sola**	
	Km	AU
Jorda	149 600 000	1
Mars		

2. Tegn inn banene til Jorda og Mars på ett millimeterpapir eller i GeoGebra. I Geogebra kan det være lurt å sette at banen til jorda blir en sirkelbane med avstand 1, unna sola (1 AU). Sett inn punktet «Sola» i origo.

3. I oppgave 1 regnet du ut hva middelavstanden til Sola-Mars er i AU, Og nå skal du finne ut hva store halve akse til ellipsebanen din vil bli i AU
   Hint: Legg sammen middelavstanden sola – Mars og sola – Jorda og del deretter på to.

4. Tegn inn Hohmannbanen (ellipse) i samme figur som planetbanene til Mars og Jorda. Angi gjerne banene med ulike farger slik at det er lettere å skille dem fra hverandre.
   Tips: I GeoGebra vil du bli bedt om å tegne en ellipse ved å sette av to fokuspunkt (brennpunkt) og et punkt på ellipsen. Dere har kun ett fokuspunkt (sola), det andre setter dere som et tilfeldig punkt og punktet på ellipsen setter dere som et punkt på jordbanen. Deretter drar dere i ellipsen til den også skjærer Marsbanen.

5. Les av og skriv ned koordinatene til begge fokuspunktene.

6. Plott inn Jorda i jordbanen i punktet der den skjærer ellipsen. Dette punktet er der jorda er ved oppskyting av ferden til Mars.

7. Romferden din vil følge Hohmannbanen (ellipsebanen) til andre siden av sola, plott derfor inn Mars ved landing på motsatte side av sola ($180°$ unna i Marsbanen).
   Hva blir koordinatene til dette punktet?

8. Hvor lang tid vil ferden ta? Når vi snakker om baner, kaller vi gjerne tiden det tar for en planet eller satellitt å gå en runde i banen sin for *periode (P)*. Du skal nå regne ut perioden til Hohmannbanen, dette kan du bruke til å regne ut omtrent hvor lang tid det tar å reise til Mars.
   Perioden i en bane kan beregnes med Keplers tredje lov:

$$P^2 = k \cdot a^3$$

   Her står *P* for perioden du skal regne ut, *a* er store halve akse i ellipsen (eller radius dersom det er en sirkel) og *k* er en proporsjonalitetskonstant. Vi skal ta utgangspunkt i jordas bane rundt sola. Da er P = 1 år, a = 1 AU og vi får at k = 1.
   Regn nå ut perioden, *P*, for Hohmannbanen ved å bruke formelen, sett inn k = 1 og a = verdien du regnet ut i oppgave 3).
   Hva blir perioden for Hohmannbanen? Du vil få svaret ut i år – regn om til dager.

   Perioden, *P*, som du nå har regnet ut er tiden romskipet ville brukt dersom det skulle gå rundt hele banen. Men du skal jo lande på Mars, så hvor stor del av denne banen reiser du? Når du har funnet ut av det kan du regne ut hvor mange dager du vil bruke på å reise til Mars.

Aktivitet 3: Beregning av utskytingsvindu

Basert på banen som du beregnet i aktivitet 2, skal du her beregne når neste oppskytingsvindu er. I aktivitet 2 tegnet du inn der Jorda er ved oppskyting og hvor Mars er ved landing. Du skal nå finne ut hvor Mars må være i banen sin ved oppskyting.

Du trenger:

- Regnesaker
- Heliosentriske lengdegrader for jorda og Mars
- Banene og beregninger fra aktivitet 2

1. Finn ut hvor mange dager Mars bruker på en runde rundt sola. Bruk dette til å regne ut hvor mange grader Mars flytter seg per dag (grader/dag).
    a. Hvor mange grader flytter Mars seg per dag?

    b. Regn ut hvor mange grader Mars vil flytte seg i den tiden det tar for deg å dra til Mars (aktivitet 2, oppgave 8).

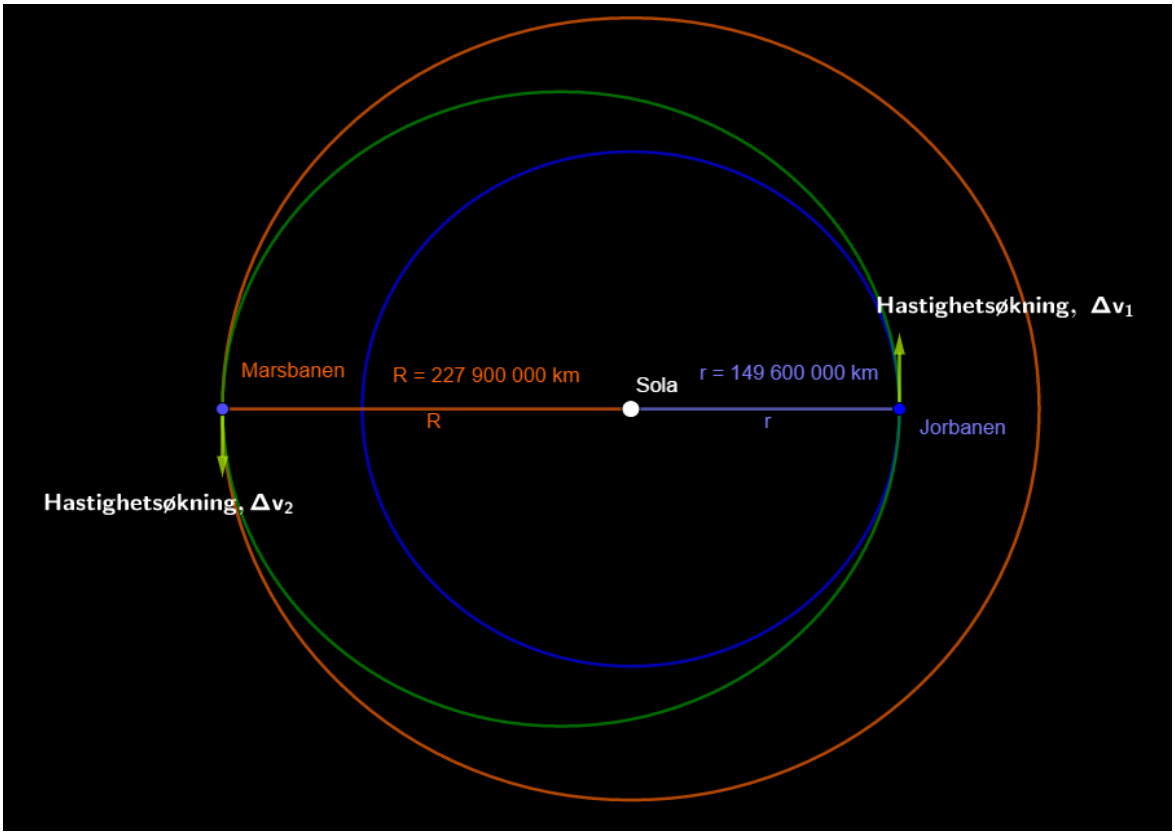
    c. Regn ut vinkelen mellom posisjonen til jorda og Mars ved oppskyting.

    d. Plott posisjonen til Mars ved oppskyting inn i banene du tegnet i aktivitet 2.

2. Du vet nå omtrentlig hvordan jorda og Mars må stå i forhold til hverandre ved oppskyting. Siden vi kjenner godt banene til både Jorda og Mars kan man beregne posisjonene til de to planetene i årene framover. En måte å betegne denne posisjonen på er heliosentriske lengdegrader. Disse koordinatene er nyttige når vi skal bergene utskytingsvinduet. Du skal slippe å regne deg fram til de heliosentriske lengdegradene, de vil du få av læreren din.
   Bruk de heliosentriske koordinatene du får utdelt for å regne ut når neste utskytingsvindu er. Forklar hvordan du tenker.

Aktivitet 4: Banemanøvrer

Under et oppdrag, vil ikke motorene til romskipet brenne hele tiden, men det er i stedet lagt inn flere banemanøvrer der motoren brenner for å endre retning eller hastighet for å komme over i en annen bane. I denne oppgaven skal du se på to av disse manøvrene.



Figur 8: Forenklet illustrasjon av banen fra jorda til Mars.

Når romskipet skal gå fra jordbanen og over i Hohmannbanen må hastigheten økes, denne hastighetsøkningen kaller vi Δv_1. Når vi ankommer Mars må vi øke hastigheten igjen slik at vi blir i Marsbanen (hvis ikke vil romskipet fortsette i ellipsebanen/hohmannbanen), denne hastighetsøkningen kan vi kalle for Δv_2.

Du skal nå regne ut de to hastighetsøkningene.

Oppgave 1

Formelen for å finne ut hvor mye vi må øke hastigheten første gang er:

$$\text{Hastighetsøkning ved jordbane } (\Delta \mathrm{v}_1) = 29.78\ km/s \cdot \sqrt{\frac{2R}{(R+r)}} - 29.78\ km/s$$

Avstanden fra sola til Mars (R) og avstanden fra sola til jorda (r) finner du i figur 8. Hastigheten 29.79 km/s er hastigheten til jorda i sin bane rundt sola. Romskipet vil gå i en bane rundt jorda før den starter på veien til Mars og vi antar da for enkelhets skyld at romskipet har samme hastighet som jorda. Du har nå det du trenger for å regne ut hvor mye du må øke hastigheten, men vi skal dele det opp slik at det blir enklere å regne ut.

a. Regn ut summen av de to avstandene R + r (det som står under brøkstreken)

b. Regn nå ut 2R (2 ganger R – det som står over brøkstreken)

c. Du har nå fått tallsvar på det som står både over og under brøkstreken og kan nå bruke dette til å sette inn i brøken slik at du kan regne ut $\frac{2R}{R+r}$

d. Siden du nå har regnet ut $\frac{2R}{R+r}$ i oppgave c, har du nå et tall som du kan ta kvadratroten av.

e. Svaret du fikk i oppgave d, multipliserer du nå med 29,78 km/s

f. Bruk svaret fra oppgave e og trekk fra 29.78 km/s. Dette er hastighetsøkningen som romskipet må gjøre ved jordbanen.

Oppgave 2

Formelen for å finne ut hvor mye vi må øke hastigheten når vi har kommet fram til Mars er:

$$\text{Hastighetsøkning ved marsbanen } (\Delta v_2) = 24.13\ km/s - \left(24.13\ km/s \cdot \sqrt{\frac{2r}{R+r}}\right)$$

Avstanden fra sola til Mars (R) og avstanden fra sola til jorda (r) er selvsagt de samme som i oppgave 1. Hastigheten 24,13 km/s er hastigheten til mars i sin bane rundt sola, og vi må sørge for at romskipet vårt tilpasses mars sin hastighet.

Vi kan regne ut dette ved å dele det opp på samme måte som i oppgave 1.

a. Regn ut R + r (eller bruk resultatet fra oppgave 1a)

b. Regn ut det over brøkstreken, 2r (2 ganger r)

c. Du kan nå regne ut $\frac{2r}{R+r}$ ved å sette inn svarene du fikk i oppgave 2a og 2b.

d. I oppgave 2c regnet du ut $\frac{2r}{R+r}$ og du kan nå ta kvadratroten av dette.

e. Multipliser svaret du fikk i oppgave 2d med 24,13 km/s

f. Nå kan du regne ut 24.13 km/s minus svaret fra oppgave 2e og du har regnet ut hastighetsøkningen ved marsbanen.

Løsning (oppgi løsningen i km/s og med 2 desimaler):

$\Delta v_1 =$ _____

$\Delta v_2 =$ _____